**1.2 Teste sobre médias de duas populações independentes e normais**

**1º Caso – Variâncias Homogêneas**

Exemplo: Deseja-se saber se existe diferença salarial entre homens e mulheres. Para isso, perguntou-se o valor do salário a 8 mulheres e 7 homens, os dados estão representados na tabela a seguir:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | HOMENS | | | | | | |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Salário (R$) | 1100 | 970.50 | 1000 | 875 | 900 | 1300 | 1200 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | MULHERES | | | | | | |  |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Salário (R$) | 850 | 900 | 950 | 650.7 | 750 | 800 | 670 | 500 |

Verifique se há diferença salarial entre homens e mulheres utilizando nível se significância de 5%.

***Solução manual***

*1º Aplica o teste F*

H0: σ2Homens = σ2Mulheres

Ha: σ2Homens > σ2Mulheres

*Calcular a variância amostral para Homens*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

*Calcular a variância amostral para Mulheres*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

*Calcular o Fcalc*:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |

*Encontrar o Ftab*:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

*Interpretar resultados*:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Conclusão: Como o Fcalc< Ftab aceito a hipótese H0 a 5% de significância, ou seja, as variâncias são homogêneas. |

*2º Aplica o teste t*

H0: µHomens = µMulheres

Ha: µHomens > µMulheres

*Calcular a média amostral para Homens*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | 1049.36 R$ |

*Calcular a média amostral para Mulheres*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | 758.84 R$ |

*Calcular a variância amostral comum*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

*Calcular o tcalc*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

*Encontrar o ttab*:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

*Interpretar resultados*:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Conclusão: Como o tcalc>ttab rejeito a hipótese H0 a 5% de significância, ou seja, homens possuem, em média, maiores salários que as mulheres. |

***Solução no programa R***

*Inserir dados*:

Homens<-c(1100,970.5,1000,875,900,1300,1200)

Mulheres<-c(850,900,950,650.7,750,800,670,500)

*1º Aplica o teste F*

H0: σ2Homens = σ2Mulheres

Ha: σ2Homens > σ2Mulheres

*Calcular o teste F*:

var.test(Homens,Mulheres)

|  |
| --- |
| F test to compare two variances  data: Homens and Mulheres  F = 1.1385, num df = 6, denom df = 7, p-value = 0.8576  alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1  95 percent confidence interval:  0.2224299 6.4844585  sample estimates:  ratio of variances  1.138529 |

*Interpretar resultados*:

Conclusão: Como o *p-value* é maior que o nível de significância (5% = 0,05) aceito a hipótese H0, ou seja, as variâncias são homogêneas.

*2º Aplica o teste t*

H0: µHomens = µMulheres

Ha: µHomens > µMulheres

*Calcular o tcalc*:

t.test(Homens,Mulheres,alternative="two.sided",var.equal=TRUE,mu=0)

|  |
| --- |
| Two Sample t-test  data: Homens and Mulheres  t = 3.6794, df = 13, p-value = 0.002777  alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0  95 percent confidence interval:  119.9403 461.0990  sample estimates:  mean of x mean of y  1049.3571 758.8375 |

*Interpretar resultados*:

Conclusão: Como o *p-value* foi menor que o nível de significância (5% = 0,05) rejeito a hipótese H0, ou seja, homens possuem, em média, maiores salários que as mulheres.

**2º Caso – Variâncias Heterogêneas**

Exemplo: Deseja-se saber se dois suplementos alimentares para ganho de peso, A e B, são equivalentes, ou se o suplemento B é superior ao suplemento A no sentindo de causar um maior aumento de peso. Para 9 crianças sorteadas ao acaso foi dado o suplemento A, e a outras 7 o suplemento B. Os resultados em kg foram:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | SUPLEMENTO A | | | | | | |  |  |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Peso (Kg) | 15,4 | 9,7 | 11,3 | 8,75 | 9 | 13 | 12,8 | 7,4 | 16,7 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | SUPLEMENTO B | | | | | | |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Peso (Kg) | 20,3 | 19,4 | 18,7 | 21,3 | 21,5 | 20,1 | 22,1 |

A| que conclusão chegar se adotarmos um nível se significância de 5%.

***Solução manual***

*1º Aplica o teste F*

H0: σ2A = σ2B

Ha: σ2A > σ2B

*Calcular a variância amostral para o medicamento A*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

*Calcular a variância amostral para o medicamento B*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

*Calcular o Fcalc*:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |

*Encontrar o Ftab*:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

*Interpretar resultados*:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Conclusão: Como o Fcalc> Ftab aceito a hipótese Ha  a 5% de significância, ou seja, as variâncias são heterogêneas. |

*2º Aplica o teste t*

H0: µA = µB

Ha: µB > µA

*Calcular a média amostral para suplemento A*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | 11,561 Kg |

*Calcular a média amostral para Suplemento B*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | 20,486 Kg |

*Calcular o tcalc*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

*Encontrar o ttab*:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

*Interpretar resultados*:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Conclusão: Como o tcalc>ttab aceito a hipótese Ha a 5% de significância, ou seja, o suplemento B promove maior ganho de peso que o suplemento A. |

***Solução no programa R***

*Inserir dados*:

A<-c(15.4,9.7,11.3,8.75,9,13,12.8,7.4,16.7)

B<-c(20.3,19.4,18.7,21.3,21.5,20.1,22.1)

*1º Aplica o teste F*

H0: σ2A = σ2B

Ha: σ2A > σ2B

*Calcular o teste F*:

var.test(A,B)

|  |
| --- |
| F test to compare two variances  data: A and b  F = 6.7857, num df = 8, denom df = 6, p-value = 0.03129  alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1  95 percent confidence interval:  1.211822 31.565229  sample estimates:  ratio of variances  6.785747 |

*Interpretar resultados*:

Conclusão: Como o *p-value* é menor que o nível de significância (5% = 0,05) aceito a hipótese Ha, ou seja, as variâncias são heterogêneas.

*2º Aplica o teste t*

H0: µA = µB

Ha: µB > µA

*Calcular o tcalc*:

t.test(A,B,alternative="two.sided",var.equal=FALSE,mu=0)

|  |
| --- |
| Welch Two Sample t-test  data: A and b  t = -7.7602, df = 10.802, p-value = 9.72e-06  alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0  95 percent confidence interval:  -11.461521 -6.387685  sample estimates:  mean of x mean of y  11.56111 20.48571 |

Conclusão: Como o *p-value* foi menor que o nível de significância (5% = 0,05) aceito a hipótese Ha, ou seja, o suplemento B promove maior ganho de peso que o suplemento A.

**1.3 Teste sobre médias de duas populações dependentes (dados pareados) e normais**

Exemplo: Deseja reduzir o número de dívidas em atraso. Para foi desenvolvido um programa de educação financeira. No quando abaixo encontra-se a média do fluxo mensal de anotações de dívidas em atraso antes e depois da implantação do programa de educação financeira.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Cliente |  | Valor das dívidas antes da implantação do programa (em milhares) |  | Valor das dívidas depois da implantação do programa (em milhares) |
| 1 |  | 45.9 |  | 37.4 |
| 2 |  | 83.7 |  | 80.6 |
| 3 |  | 96.1 |  | 90.3 |
| 4 |  | 44.5 |  | 40.5 |
| 5 |  | 73.4 |  | 63.7 |

O programa de educação financeira foi eficiente na redução do valor das dívidas? Considere 5% de significância.

***Solução manual***

H0: D = 0

Ha: D < 0

*Encontrar as diferenças (di)*:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Clientes | | | | |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| di | -8.5 | -3.1 | -5.8 | -4 | -9.7 |

*Calcular a média das diferenças*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | -6.26 |

*Calcular a variância das diferenças*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

*Calcular o variância das diferenças média*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

*Calcular o desvio padrão diferenças média*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

*Calcular o tcalc*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

*Encontrar o ttab*:

|  |  |
| --- | --- |
|  | 2.132 |

*Interpretar resultados*:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Conclusão: Como o tcalc>ttab rejeito a hipótese H0 a 5% de significância, ou seja, o programa de educação financeira foi eficiente na redução do valor das dívidas. |

***Solução no programa R***

*Inserir dados*:

x<-c(45.9,83.7,96.1,44.5,73.4)

y<-c(37.4,80.6,90.3,40.5,63.7)

*Calcular o teste t*:

t.test(y-x,paried=TRUE,alternative="two.sided",var.equal=TRUE)

|  |
| --- |
| One Sample t-test  data: y - x  t = -4.906, df = 4, p-value = 0.008009  alternative hypothesis: true mean is not equal to 0  95 percent confidence interval:  -9.740068 -2.699932  sample estimates:  mean of x  -6.22 |

*Interpretar resultados*:

Conclusão: Como o *p-value* foi menor que o nível de significância (5% = 0,05) rejeito a hipótese H0, ou seja, o programa de educação financeira foi eficiente na redução do valor das dívidas.